ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

& ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: *19 / 05 /2016*

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι***

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A_1. Σχολικό βιβλίο σελ.28

A_2. Σχολικό βιβλίο σελ..87

A_3. i) Σ ii) Λ iii) Σ iv) Σ v) Σ

ΘΕΜΑ Β

B_1.

Αριθμός Πιστ καρ. X_i	Αρ. υπαλλ. V_i	N_i	f_i%	$x_i \cdot \nu_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
ΣΥΝΟΛΑ	20		100	40

φροντιστήρια πουκαμισάς

Β₂. Η μέση τιμή πιστωτικών καρτών είναι : $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \dfrac{40}{20} = 2 \Leftrightarrow \bar{x} = 2$

Β₃. Από την στήλη των αθροιστικών συχνοτήτων έχουμε ότι το πολύ 2 πιστωτικές κάρτες έχουν $N_4 = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 15$ υπάλληλοι.

Β₄. Τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες έχουν σε ποσοστό
$f_3(\%) + f_4(\%) + f_5(\%) = 10\% + 20\% + 25\% = 55\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁. Έχουμε ότι: $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1} + \dfrac{1}{2}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ συνεπώς

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2}\right)' = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' + \left(\frac{1}{2}\right)' = \frac{(x)'(x^2+1) - (x^2+1)'x}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{x^2+1-2x\cdot x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Γ₂. Ο ρυθμός μεταβολής της f στο σημείο $x_1 = -1$ είναι

$$f'(-1) = \frac{1-(-1)^2}{\left[(-1)^2+1\right]^2} = \frac{1-1}{(1+1)^2} = \frac{0}{4} = 0$$ ενώ στο σημείο $x_2 = 1$ είναι

$$f'(1) = \frac{1-1^2}{(1^2+1)^2} = 0$$

Γ3. Είναι $f'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array} \right.$

Το πρόσημο της $f'(x)$ εξαρτάται μόνο από τον αριθμητή $1-x^2$ αφού $\left(x^2+1\right)^2>0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

χ	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f΄		-	0	+	0	-	
f		↘		↗		↘	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,-1]$ και στο $[1,+\infty)$ και γνησίως αύξουσα στο $[-1,1]$.Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1=-1$ με τιμή $f(-1)=\dfrac{-1}{2}+\dfrac{1}{2}=0$ και τοπικό μέγιστο στο $x_2=1$ με τιμή $f(1)=\dfrac{1}{1^2+1}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$

Γ4. Παρατηρούμε ότι το 2015 και το 2016 ανήκουν στο διάστημα $[1,+\infty)$ που η f είναι γνησίως φθίνουσα. συνεπώς $2015<2016 \overset{f\searrow}{\Leftrightarrow} f(2015)>f(2016)$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. $\alpha=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\cancel{(x-4)}\cdot(x-2)}{\cancel{(x-4)}}=\lim\limits_{x\to 4}(x-2)=2$

Δ2. Δίνεται ότι: $f(x)=x^2+\alpha x-3$ συνεπώς έχουμε για $\alpha=2$:

$f(x)=x^2+2x-3$

$f'(x)=2x+2$

Δ3. Θέωρούμε: $(\varepsilon): y = \lambda x + \kappa$ την εξίσωση εφαπτομένης της C_f στο $M(-2, f(-2))$.

$f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$ άρα: $M(-2,-3)$

$\lambda = f'(-2) = 2 \cdot (-2) + 2 = -2$

Άρα $(\varepsilon): y = -2x + \kappa$

$M(-2,-3) \in C_f$ συνεπώς: $-3 = -2 \cdot (-2) + \kappa - \Leftrightarrow -3 = +4 + \kappa \Leftrightarrow \kappa = -7$

Άρα $(\varepsilon): y = -2x - 7$.

Δ4. Τα σημεία $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$,

ανήκουν στην ευθεία $(\varepsilon): y = -2x - 7$ με μέση τιμή των τετμημένων $\bar{x} = 2$, συνεπώς από βασική εφαρμογή του σχολικού θα έχουμε ότι η μέση τιμή των τεταγμένων των σημείων θα είναι : $\bar{y} = -2\bar{x} - 7 \Rightarrow \bar{y} = -2 \cdot 2 - 7 = -11$