ΘΕΜΑ Α

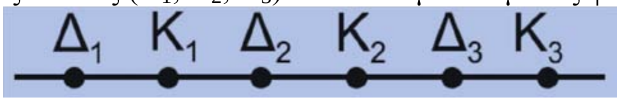
Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σφαίρα, μάζας m_1, κινούμενη με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2. Οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}'_1$ και $\vec{\upsilon}'_2$ των σφαιρών μετά την κρούση

a. έχουν πάντα την ίδια φορά
b. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90^o
c. έχουν πάντα αντίθετη φορά
d. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

Μονάδες 5

Α2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Μερικοί διαδοχικοί δεσμοί (Δ_1, Δ_2, Δ_3) και μερικές διαδοχικές κοιλίες (K_1, K_2, K_3) του στάσιμου κύματος φαίνονται στο σχήμα.

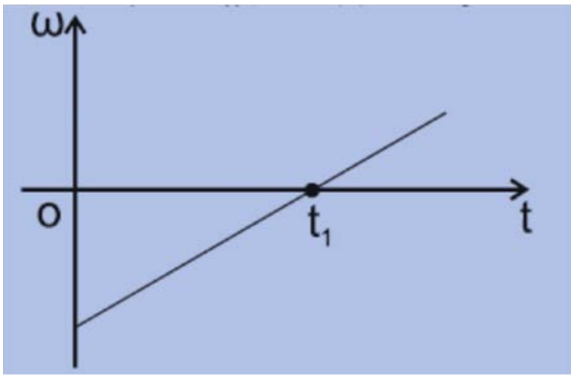


Αν λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα, τότε η απόσταση ($\Delta_1 K_2$) είναι

a. λ
b. $3\frac{\lambda}{4}$
c. $\frac{\lambda}{2}$
d. $3\frac{\lambda}{2}$.

Μονάδες 5

Α3. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα:



Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

a. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
b. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός
c. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
d. αυξάνεται με το χρόνο.

Μονάδες 5

A4. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή $F_{αντ}=-bυ$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1. Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2>b_1$. Τότε:

a. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

b. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

c. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

d. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

Μονάδες 5

A5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρόtασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

a. Το ρεύμα σε μία κεραία παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων γίνεται μέγιστο, όταν τα φορτία στα άκρα της κεραίας μηδενίζονται.

b. Οι ακτίνες Χ εκπέμπονται σε αντιδράσεις πυρήνων και σε διασπάσεις στοιχειωδών σωματιδίων.

c. Το πλάτος ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από το μήκος κύματος λ του κύματος αυτού.

d. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.

e. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το 1N·m.

Μονάδες 5

Απαντήση

ΘΕΜΑ Α

A1. δ

A2. β

A3. β

A4. γ

A5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Αυτοκίνητο με ταχύτητα $v_A=\frac{v}{10}$ (όπου υ η ταχύτητα του ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα) κινείται ευθύγραμμα προς ακίνητο περιπολικό. Προκειμένου να ελεγχθεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου εκπέμπεται από το περιπολικό ηχητικό κύμα συχνότητας f_1. Το κύμα, αφού ανακλαστεί στο αυτοκίνητο, επιστρέφει στο περιπολικό με συχνότητα f_2. Ο λόγος των συχνοτήτων $\frac{f_2}{f_1}$ είναι:

α. $\frac{11}{9}$ **β.** $\frac{11}{10}$ **γ.** $\frac{9}{11}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απαντήση

Β1. α

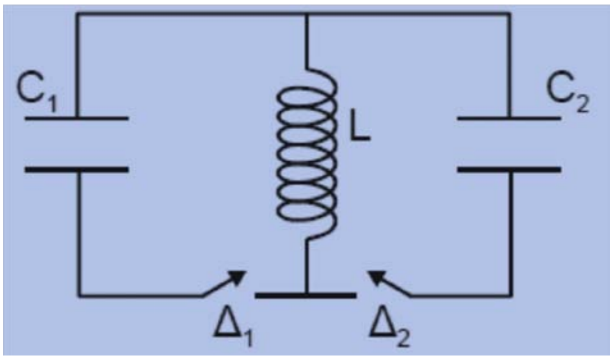
Το αυτοκίνητο αντιλαμβάνεται συχνότητα

$f_A = \frac{v+v_A}{v} f_s = \frac{v+\frac{v}{10}}{v} f_1 = \frac{11}{10} f_1$ ***την οποία και επανεκπέμπει (ανάκλαση) στο περιπολικό που την καταγράφει με***

$f_2 = \frac{v}{v-\frac{v}{10}} f_A = \frac{v}{\frac{9v}{10}} \frac{11}{10} f_1 = \frac{10}{9} \frac{11}{10} f_1 = \frac{11}{9} f_1$.

Άρα το πηλίκο των συχνοτήτων είναι: $\frac{f_2}{f_1} = \frac{11}{9}$.

Β2. Στο ιδανικό κύκλωμα L–C του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες Δ_1 και Δ_2 ανοικτούς. Οι πυκνωτές χωρητικότητας C_1 και C_2 έχουν φορτιστεί μέσω πηγών συνεχούς τάσης με φορτία $Q_1=Q_2=Q$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο διακόπτης Δ_1 κλείνει, οπότε στο κύκλωμα L–C_1 έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7T_1}{4}$ όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος L–C_1, ο διακόπτης Δ_1 ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο διακόπτης Δ_2. Δίνεται ότι $C_2 = 2C_1$.



Το μέγιστο φορτίο που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας C_2 κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος L–C_2 είναι:

α. $\frac{3Q}{2}$ **β.** $\frac{Q}{\sqrt{3}}$ **γ.** $\sqrt{3}Q$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απαντήση

Β2. γ

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο κύκλωμα LC_1 είναι

$$\boldsymbol{E_T = U_{E_{max}} = \frac{1}{2}\frac{1}{C_1}Q^2}.$$

Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή C_1 είναι:

$$\boldsymbol{q(t) = Q\eta\mu(\omega t + \varphi_o) = Q\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t) \xRightarrow{t_1=\frac{7T_1}{4}} q(t_1) = q\left(\frac{7T_1}{4}\right) = Q\sigma\upsilon\nu\left(\omega\frac{7T_1}{4}\right)}$$

$$\boldsymbol{= Q\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T_1}\frac{7T_1}{4}\right) = Q\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{2}\right) = Q\sigma\upsilon\nu(3,5\pi) = Q\sigma\upsilon\nu(1,5\pi) = 0C}.$$

Άρα τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7T_1}{4}$ που μετακινείται ο μεταγωγός το πηνίο έχει το σύνολο της αρχικής ενέργειας την οποία μεταφέρει στο 2ο κύκλωμα LC_2. Από ΑΔΕΤ για το LC_2 έχουμε:

$$\boldsymbol{E_T' = U_B + U_E = \frac{1}{2}\frac{1}{C_1}Q^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{C_2}Q^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{C_2}Q'^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{C_1}Q^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{C_2}Q^2}$$

$$\boldsymbol{\xRightarrow{C_2=2C_1} \frac{1}{2}\frac{1}{2C_1}Q'^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{C_1}Q^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2C_1}Q^2 \Rightarrow Q'^2 = 2Q^2 + Q^2 \Rightarrow Q'^2 = 3Q^2 \Rightarrow Q' = \sqrt{3}Q}$$

B3. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$y_1 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right), y_2 = 3A\eta\mu\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Αν E_1, E_2, $E_{ολ}$ είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

α. $E_{ολ} = E_1 - E_2$ **β.** $E_{ολ} = E_1 + E_2$ **γ.** $\boldsymbol{E_{ολ}^2 = E_1^2 + E_2^2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

Απαντήση

B3. β

Η διαφορά φάσης των συνιστωσών ταλαντώσεων είναι

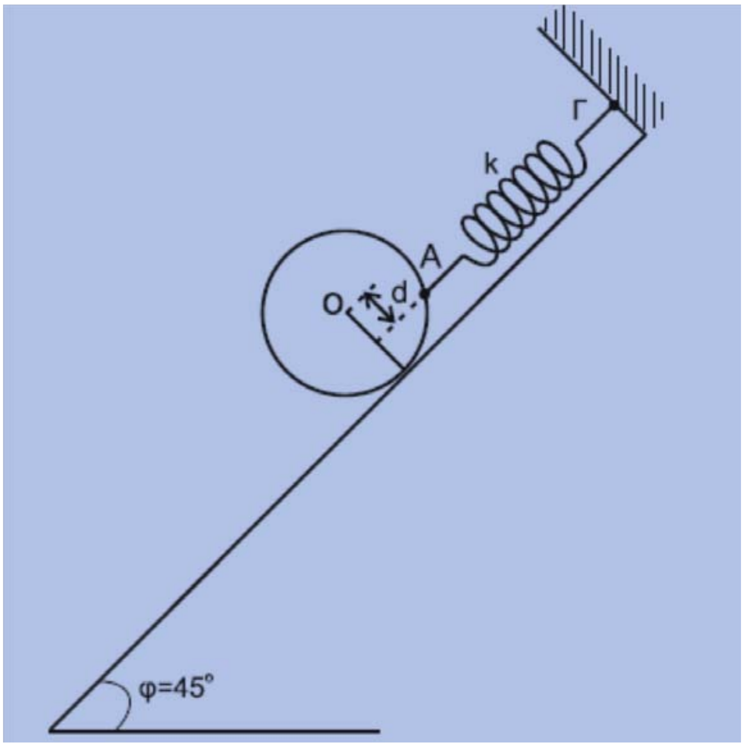
$$\boldsymbol{\Delta\varphi = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \omega t + \frac{\pi}{3} - \left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}}.$$

Η συνολική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$\boldsymbol{E_{ολ} = \frac{1}{2}DA_{ολ}^2 = \frac{1}{2}D\left(A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\underbrace{\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}_{0}\right) = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \Rightarrow E_{ολ} = E_1 + E_2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας M=2$\sqrt{2}$kg και ακτίνας R=0,1m, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία φ=45^o με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση d=$\frac{R}{2}$ από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής και τριβής να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Γ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

Μονάδες 6

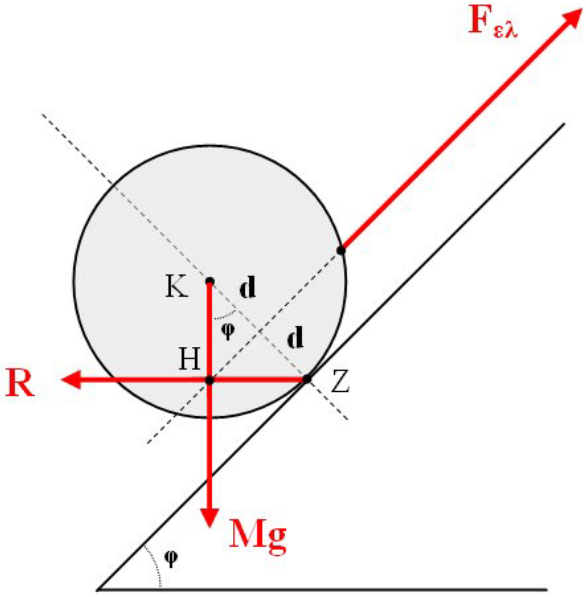
Γ4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα s=0,3$\sqrt{2}$m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

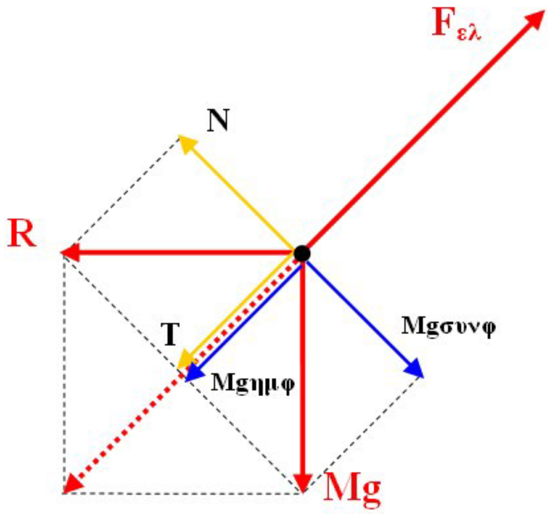
Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}MR^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10$\frac{m}{s^2}$, ημ45^0=$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Απαντήση

Γ1. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο δίσκο είναι η δύναμη του ελατηρίου $F_{ελ}$, το βάρος w, η δύναμη του δαπέδου που αναλύεται σε δυο συνιστώσες N και $T_{στ}$ όπως φαίνεται στο σχήμα (το σχήμα το έχει κατασκευάσει ο κ. Διονύσης Μητρόπουλος – «επειδή το να μοιραζόμαστε είναι καλό για όλους»)

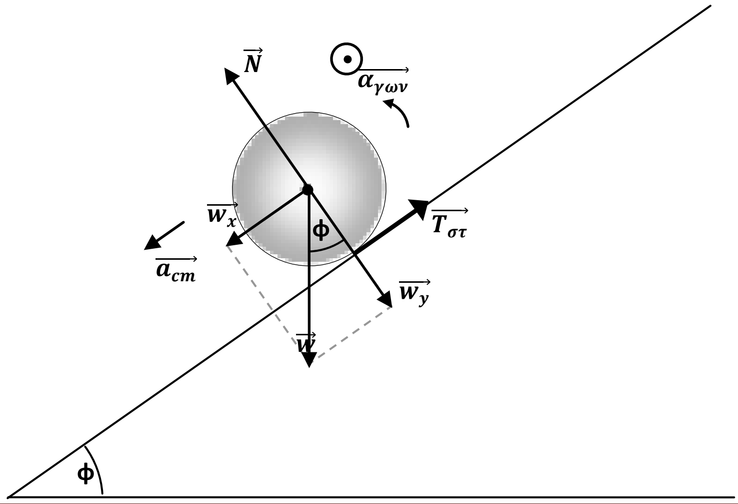




Επειδή ο δίσκος ισορροπεί: $\Sigma\overrightarrow{\tau_K}=\vec{0}\Rightarrow \Sigma\tau_\kappa=0Nm\Rightarrow -T_{\sigma\tau}R+F_{\varepsilon\lambda}\frac{R}{2}=0Nm\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=2T_{\sigma\tau}\ \ (1)$ **και**

$$\Sigma\overrightarrow{F_x}=\vec{0}\Rightarrow \Sigma F_x=0N\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=T_{\sigma\tau}+mg\eta\mu\varphi\overset{(1)}{\Rightarrow}F_{\varepsilon\lambda}=\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{2}+mg\eta\mu\varphi\Rightarrow\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{2}=mg\eta\mu\varphi\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=2mg\eta\mu\varphi\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=2\cdot 2\sqrt{2}\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}N\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=40N\Rightarrow k\Delta l=40N\Rightarrow \Delta l=0,4m.$$

Γ2. Από τη σχέση (1) η στατική τριβή έχει μέτρο $T_{\sigma\tau}=20N$. με διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου και φορά προς τα κάτω.



Γ3. Όταν το ελατήριο κόβεται και ο δίσκος αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου οι δυνάμεις που του ασκούνται είναι το βάρος w , η κατακόρυφη αντίδραση του δαπέδου και η στατική τριβή με φορά προς τα πάνω (για να τον περιστρέψει

αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού μιας και οι υπόλοιπες δυνάμεις δε διαθέτουν ροπή).
$\Sigma\overrightarrow{F_x} = m\overrightarrow{a_{cm}} \Rightarrow \Sigma F_x = ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = ma_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = mg\eta\mu\varphi - ma_{cm}$ ***(2) και***
$\Sigma\overrightarrow{\tau_{(K)}} = I\overrightarrow{a_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow \Sigma\tau_{(K)} = Ia_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}mR^2a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}m\underbrace{Ra_{\gamma\omega\nu}}_{a_{cm}} = \frac{1}{2}ma_{cm}$ ***(3).***

Από (2), (3) έχουμε: $mg\eta\mu\varphi - ma_{cm} = \frac{1}{2}ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi$
$\Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3}10\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s^2} \Rightarrow a_{cm} = \frac{10\sqrt{2}}{3}\frac{m}{s^2}$ ***με διεύθυνση παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και φορά προς τα κάτω.***

Γ4. Αφού ο δίσκος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (μεταφορικά) ισχύει:

$$s = \frac{1}{2}a_{cm}t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{2\ \cdot 0,3\sqrt{2}\cdot 3}{10\sqrt{2}}}s = \sqrt{\frac{18}{100}}s = \frac{3\sqrt{2}}{10}s = 0,3\sqrt{2}s$$

Συνεπώς το μέτρο της στροφορμής του θα είναι:
$\left|\overrightarrow{L_1}\right| = I\left|\overrightarrow{\omega_1}\right| = \frac{1}{2}mR^2\frac{v_{cm_1}}{R} = \frac{1}{2}mRv_{cm_1} = \frac{1}{2}mRa_{cm}t_1 = \frac{1}{2}2\sqrt{2}\cdot 0,1\cdot\frac{10\sqrt{2}}{3}\frac{3\sqrt{2}}{10}kg\frac{m^2}{s} = \frac{6\sqrt{2}}{30}kg\frac{m^2}{s} = 0,2\sqrt{2}kg\frac{m^2}{s} \Rightarrow \left|\overrightarrow{L_1}\right| = 0,2\sqrt{2}kg\frac{m^2}{s}$ **με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της στροφικής κίνησης του δίσκου πάνω στον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.**

ΘΕΜΑ Δ

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας m_1=m=1kg, κινούμενη με ταχύτητα $v = \frac{4}{3}\frac{m}{s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας m_2=m, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων $υ_1$ και $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

Δ1. Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\overrightarrow{υ_2}$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $\overrightarrow{υ_1}$.

Μονάδες 8

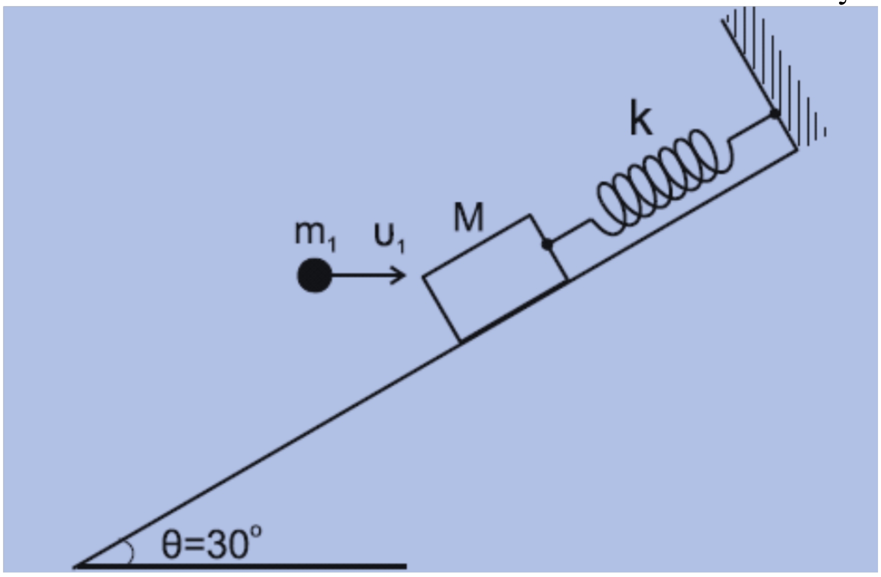
Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων $υ_1$ και $υ_2$.

Μονάδες 4

Σώμα μάζας M=3m ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=100 N/m, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ =30°, όπως στο σχήμα.

Η σφαίρα, μάζας m_1, κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα $\overrightarrow{υ_1}$, σφηνώνεται στο σώμα M.

Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση.



Μονάδες 6

Δ4. Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M, m_1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής.

Μονάδες 7

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 $\frac{m}{s^2}$, ημ30^0= $\frac{1}{2}$, συν30^0=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Απάντηση

Δ1.

Εφαρμόζοντας Αρχή διατήρησης της ορμής για το μονωμένο σύστημα των σφαιρών έχουμε:

$$\Sigma\overrightarrow{F_{\varepsilon\xi}} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{p_{\alpha\rho\chi}} = \overrightarrow{p_{\tau\varepsilon\lambda}} \Rightarrow p_{\alpha\rho\chi}^2 = p_{\tau\varepsilon\lambda}^2 \Rightarrow m^2 v^2 = m^2 v_1^2 + m^2 v_2^2 + 2 m v_1 m v_2 \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Rightarrow v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική ισχύει από την αρχή διατήρησης της ενέργειας:

$$E_{\alpha\rho\chi} + \underbrace{E_{\pi\rho o\sigma\varphi}}_{0} - \underbrace{E_{\alpha\pi\omega\lambda}}_{0} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\Rightarrow v^2 = v_1^2 + v_2^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \sigma\upsilon\nu\varphi = v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow 2 \underbrace{v_1 v_2}_{\neq 0} \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\ .$$

Επομένως μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινηθούν κάθετα μεταξύ τους.

Δ2. **Αφού** $v^2 = v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow v^2 = v_1^2 + \frac{v_1^2}{3} \Rightarrow v^2 = \frac{4v_1^2}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{4}{3}\frac{m}{s} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{m}{s}$ **και** $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\frac{m}{s}$

Δ3. Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα χ΄χ οριακά πριν και οριακά μετά την πλαστική κρούση των σωμάτων έχουμε:

$$\Sigma\overrightarrow{F_{\varepsilon\xi_x}} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{p_{\alpha\rho\chi_x}} = \overrightarrow{p_{\tau\varepsilon\lambda_x}} \Rightarrow m_1 v_1 \sigma\upsilon\nu\theta = (M + m_1) v_\kappa \Rightarrow m v_1 \sigma\upsilon\nu\theta = 4 m v_\kappa \Rightarrow v_\kappa = \frac{v_1 \sigma\upsilon\nu\theta}{4}$$

$$= \frac{1}{4}\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s} = \frac{1}{4}\frac{m}{s} \Rightarrow v_\kappa = 0,25\frac{m}{s}.$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των M, m_1 κατά την κρούση είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda_{\sigma\upsilon\sigma}} - K_{\alpha\rho\chi_{\sigma\upsilon\sigma}} = \frac{1}{2} 4 m v_\kappa^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \left(2\frac{1}{16} - \frac{2}{3}\right) J = -\frac{13}{24} J$$

Δ4. Στην αρχική θέση ισορροπίας του M ισχύει:

$$\Sigma\overrightarrow{F_x} = \vec{0} \Rightarrow \Sigma F_x = 0N \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow k\Delta l = Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \Delta l = \frac{3mg\eta\mu\theta}{k} = 0,15m.$$

Στη νέα θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος:

$$\Sigma\overrightarrow{F_x} = \vec{0} \Rightarrow \Sigma F_x = 0N \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow k\Delta l' = (M + m_1) g\eta\mu\varphi \Rightarrow \Delta l' = \frac{4mg\eta\mu\theta}{k} = 0,2m.$$

Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (D=k) με αρχική απομάκρυνση (θεωρώντας θετική φορά της κίνησης προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο)

$\boldsymbol{x(0) = \Delta l' - \Delta l = 0,05m.}$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος οριακά μετά την κρούση προκύπτει:

$$K + U = U_{max} \Rightarrow \frac{1}{2}4mv_\kappa^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{4mv_\kappa^2}{k} + x^2 = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{4mv_\kappa^2}{k} + x^2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{4\frac{1}{16}}{100} + \frac{25}{10000}}\,m \Rightarrow A = \sqrt{\frac{1}{400} + \frac{1}{400}}\,m = \frac{\sqrt{2}}{20}m \Rightarrow A = 0,05\sqrt{2}m$$